

Der elektrische Strom

- ▶ Bisher: Ruhende Ladungen
- ▶ Jetzt: Abweichungen vom elektrostatischen Gleichgewicht
- ▶ Elektrischer Strom → Transport von Ladungsträgern
- ▶ Damit Ladungen einen Strom bilden, müssen sie „frei“ sein. Materialien für welche dies möglich ist bezeichnet man als **Leiter**.
- ▶ Beispiele
 - ▶ Vakuum: Elektronen in Elektronenröhre
 - ▶ Gasen: Neonröhre
 - ▶ Flüssigkeiten: Ionen in Autobatterie
 - ▶ Festkörper:
 - ▷ Leiter: Elektronen im Metall
 - ▷ Halbleiter: Zahl der Elektronen stark von Temperatur abhängig
 - ▷ Nichtleiter: (fast) keine freien Elektronen

Der elektrische Strom / Definitionen

- ▶ Elektrische Stromstärke

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\text{verschobene Ladung}}{\text{Zeit}} \quad [I] = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Sekunde}} = \text{Ampere}$$

- ▶ Stromdichte

$$|\vec{j}| = \frac{I}{A} = \frac{\text{Strom}}{\text{Fläche}} \quad I = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

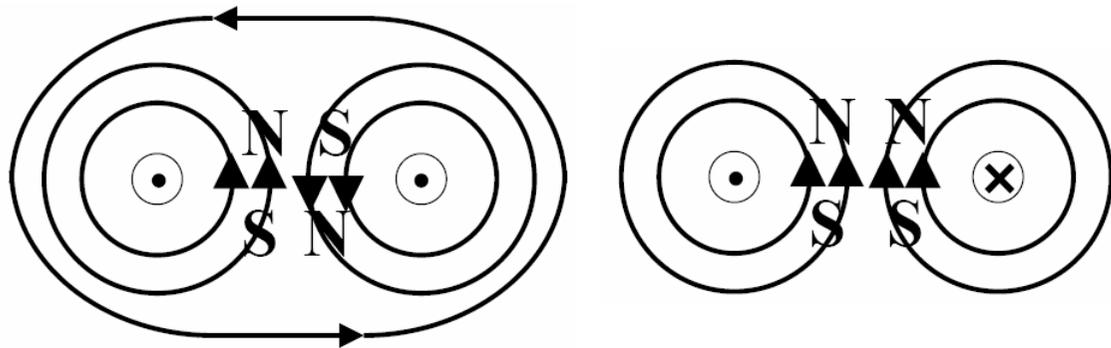
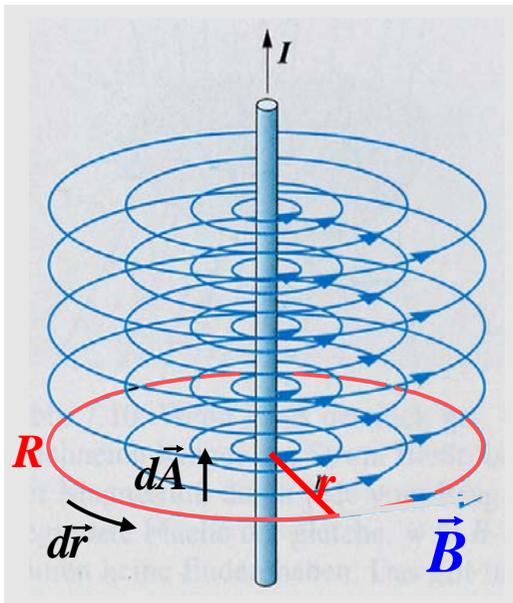
- ▶ Stromrichtung → Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger
(Also auch: Bewegung von Elektronen im Leiter entgegengesetzt zur Stromrichtung)

Wirkungen des elektrischen Stroms

► Magnetische Wirkung

- Ein stromdurchflossener Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben (Oerstedt 1820)
- Auf stromdurchflossene Leiter wirkt im Magnetfeld eine Kraft
- Also zusammen:

Zwischen zwei oder mehr stromdurchflossenen Leitern wirken Kräfte



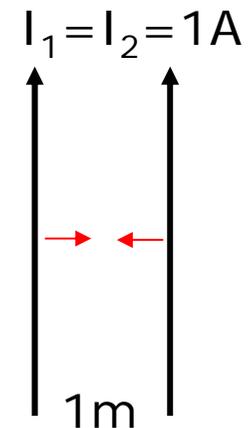
Einschub: Strom als Basiseinheit

- ▶ Strom ist eine der 7 Basiseinheiten des SI-Systems
 - ▶ d.h. sie muss definiert werden.
(wie z.B. Meter, Kilogramm, und Sekunde)
 - ▶ Eichung über die magnetische Wechselwirkung



André-Marie
Ampère
(1775-1836)

Die Stromstärke I hat den Wert 1 A , wenn zwei im Abstand $d = 1 \text{ m}$ angeordnete parallele, geradlinige und unendliche lange Leiter mit vernachlässigbarem Querschnitt von dem gleichen Strom I durchflossen werden und pro $l = 1 \text{ m}$ Leiterlänge eine Kraft $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ aufeinander ausüben.



Wirkungen des elektrischen Stroms

▶ Wärmewirkung

- ▶ In den meisten Leitern (Ausnahme: freie Teilchen im Vakuum) erzeugt ein Stromfluss Wärme
- ▶ d.h. es wird Energie umgewandelt ...

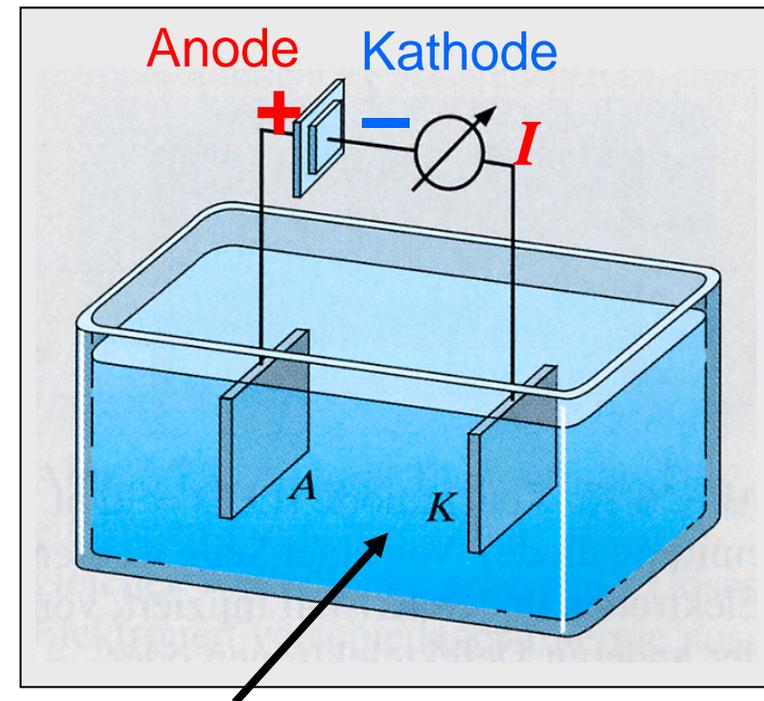
▶ Beispiele:

- ▶ Heizdraht, Glühlampe, ...

Wirkungen des elektrischen Stroms

► Chemische Wirkung

- Elektrolyse
- Abscheidung von Substanzen



► Quantitative Ausmessung möglich

- Faraday 1833: Menge der Zersetzungsprodukte ist proportional zur durchgeleiteten Elektrizitätsmenge
- Die abgeschiedene/erzeugte Substanzmenge im mg/C nennt man das elektrochemische Äquivalent eines Stoffes
- Möglichkeit zu einer alternativen Definition elektrischer Einheiten!

Elektrolyse

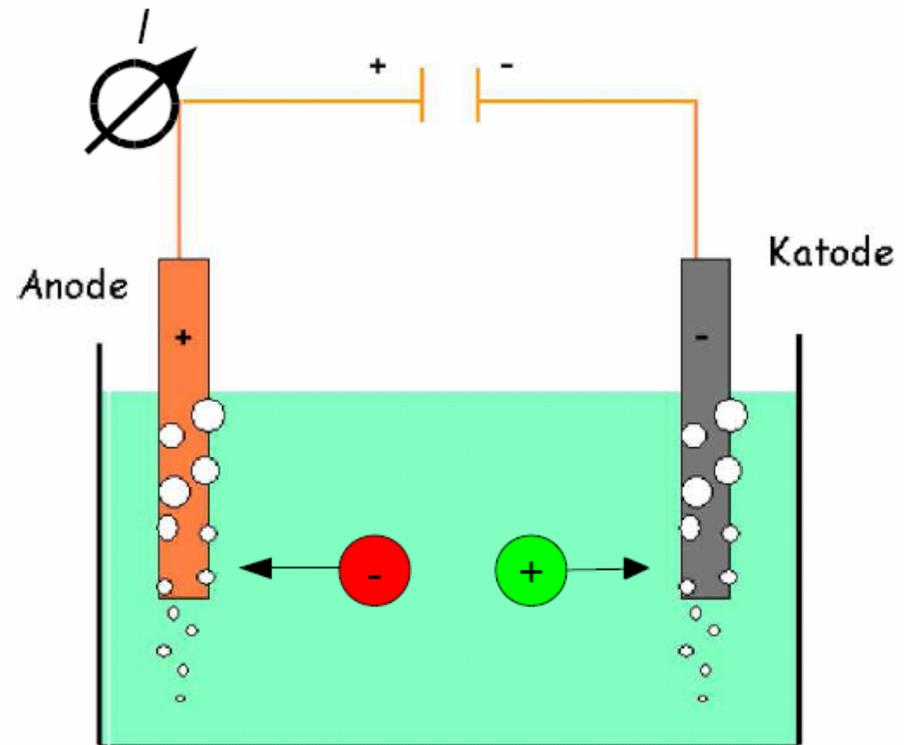
Elektrolyse: Elektrische Leitung in ionischen Schmelzen und Flüssigkeiten (**Elektrolyte**)

Spannung U an zwei Metallelektroden in einer Flüssigkeit mit gelösten Säuren/Laugen/Salzen

→ Stromfluss I durch chemische Zersetzung des Elektrolyts.

→ Abscheidung der Ionen an den Elektroden

Elektrolyte: Moleküle mit unsymmetrischer Elektronenverteilung



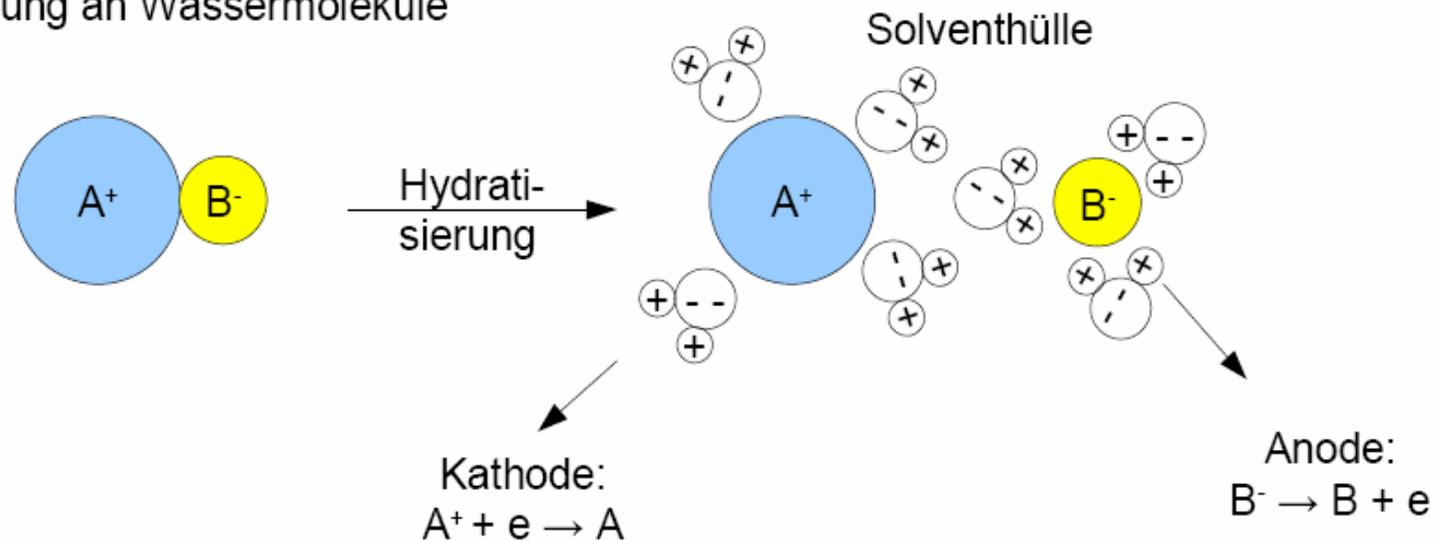
Elektrolyse

Hydratisierung des Moleküls in Wasser

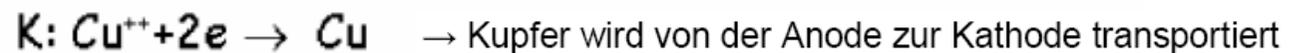
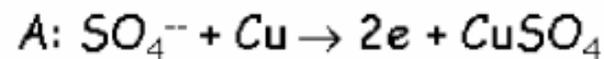
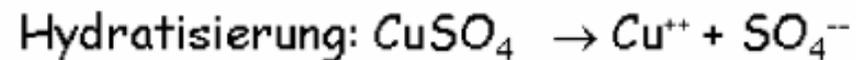
bereits ohne Spannung Dissoziation der Moleküle

Beispiel Kupfersulfatlösung in Wasser: $\text{CuSO}_4 \rightarrow \text{Cu}^{++} + \text{SO}_4^{--}$

Anlagerung an Wassermoleküle

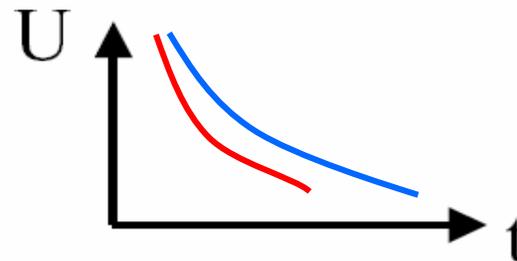
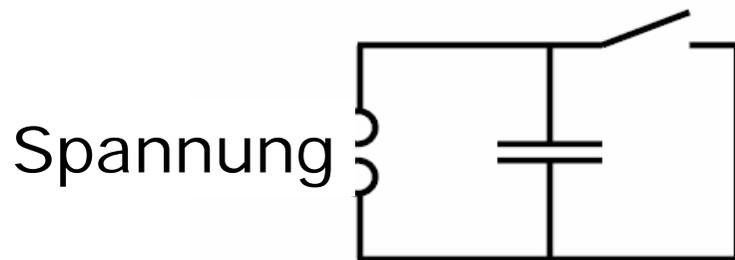


Beispiel Kupfersulfat und Cu-Elektroden:



Das Ohmsche Gesetz

- ▶ Stromfluss bei Vorhandensein einer Potentialdifferenz (Spannung)
- ▶ Gesucht wird ein gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen Strom und angelegter Spannung
- ▶ Beispiel: Entladung eines Plattenkondensators
 - ▶ Kurzschluss mit Leiter \rightarrow schnelle Entladung
 - ▶ „Geschwindigkeit“ der Entladung ist proportional Stromstärke I



- ▶ Beobachtungen:
 - ▶ I nimmt mit der Länge des Leiters ab
 - ▶ I nimmt mit dem Querschnitt des Leiters zu
 - ▶ I ist stoffspezifisch

Das Ohmsche Gesetz

▶ Ursache des Elektrischer Strom

- ▶ Anlegen einer Spannung bewirkt elektrisches Feld
- ▶ Coulombkraft beschleunigt Elektronen

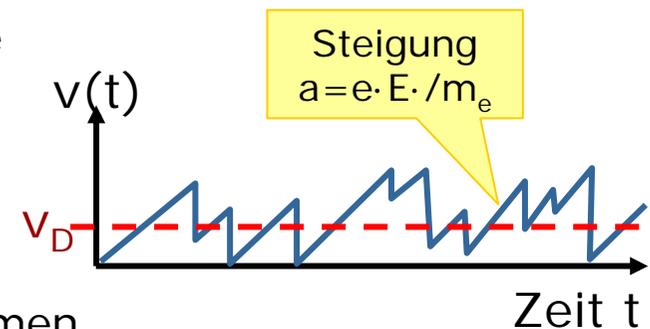
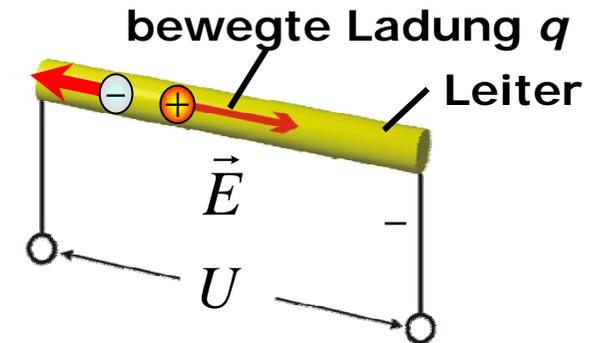
$$v = \frac{e}{m_e} \cdot E \cdot t$$

⇒ Geschwindigkeit müsste ständig steigen
Dies wird *nicht* beobachtet!

- ▶ Erinnerung: strömende Flüssigkeit:
Strömungswiderstand, Reibungseffekte

- ▶ Im Metall: $I = U/R$

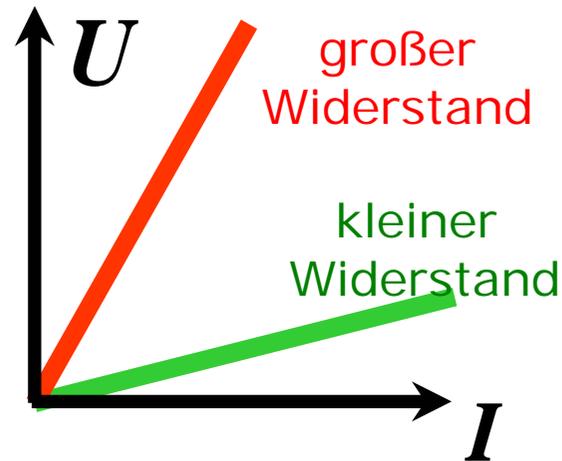
- ▶ Stöße der Elektronen mit Gitteratomen
⇒ Ausbilden einer konstanten
Driftgeschwindigkeit v_D
⇒ Konstanter Strom



Das Ohmsche Gesetz

- ▶ Beim Stromfluss durch einen Leiter sind Strom I und Spannung U proportional:

$$R = \frac{U}{I}$$



Georg Simon Ohm
(1789-1854)

- ▶ R wird als **Ohmscher Widerstand** bezeichnet. Er ist bei konstanter Temperatur unabhängig von I

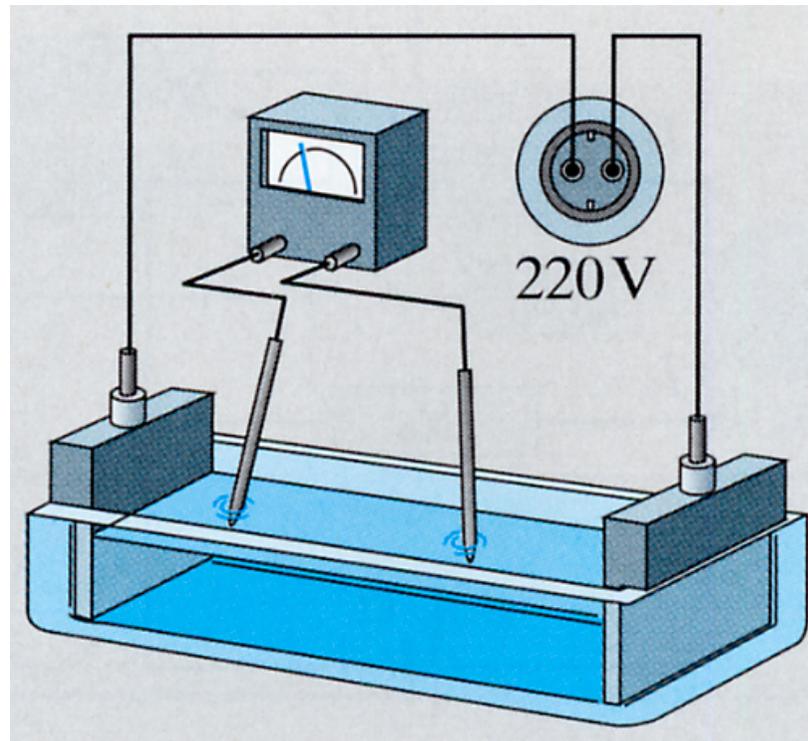
$$\text{Einheit } [R] = \frac{V}{A} = \Omega = \text{Ohm}$$

- ▶ Ohmsches Gesetz gilt z.B. nicht für Glühlampen, da Erwärmung bei hohem Strom Widerstand vergrößert.



Das Ohmsche Gesetz

- ▶ Ohmsches Gesetz gilt zum Beispiel auch für elektrische Leitung in elektrolytischen Flüssigkeiten



- ▶ Spannung zwischen Messköpfen des Spannungsmessers ist proportional zum Strom und zum Abstand zwischen den Messköpfen

Spezifischer Widerstand

- ▶ Der elektrische Widerstand eines Leiters hängt vom atomaren Aufbau und von der Geometrie des Leiters ab.

- ▶ l : Länge des Leiters

- ▶ A : Querschnittsfläche

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

- ▶ ρ : spezifischer elektrischer Widerstand (unabhängig von Geometrie)

- ▶ $[\rho] = \Omega \cdot \text{m}$

- ▶ $\sigma = 1/\rho$: Leitfähigkeit

- ▶ $[\sigma] = 1/(\Omega \cdot \text{m})$

Material	ρ [Ωm]	
Eisen	$9.81 \cdot 10^{-8}$	Leiter: Widerstand steigt mit Temperatur
Kupfer	$1.68 \cdot 10^{-8}$	
Platin	$1.05 \cdot 10^{-7}$	
Germanium	0.5	Halbleiter: Widerstand sinkt mit Temperatur
Silizium	$2 \cdot 10^3$	
dest. Wasser	$2.3 \cdot 10^5$	Isolatoren: indifferent
Glas	$10^{13} - 10^{14}$	
Papier	$10^{15} - 10^{16}$	
Porzellan	$10^{10} - 10^{16}$	
Teflon	$1 \cdot 10^{17}$	
Bernstein	$> 10^{17}$	

Temperaturabhängigkeit von R

- ▶ Der elektrische Widerstand eines Leiters ändert sich im allgemeinen mit der Temperatur. Wie stark und mit welchem Vorzeichen ist Temperaturabhängig.
 - ▶ Leiter 1. Klasse: Cu, Al, Fe
 - Widerstand steigt mit steigender Temperatur
 - „positive Temperature coefficient“, PTC
 - ▶ Leiter 2. Klasse: C, Si, Halbleiter, elektrolytische Leiter
 - Widerstand fällt mit steigender Temperatur
 - „negative Temperature coefficient“, PTC
 - ▶ Für den spezifischen Widerstand gilt dabei im Falle kleiner Temperaturänderung näherungsweise eine lineare Abhängigkeit:

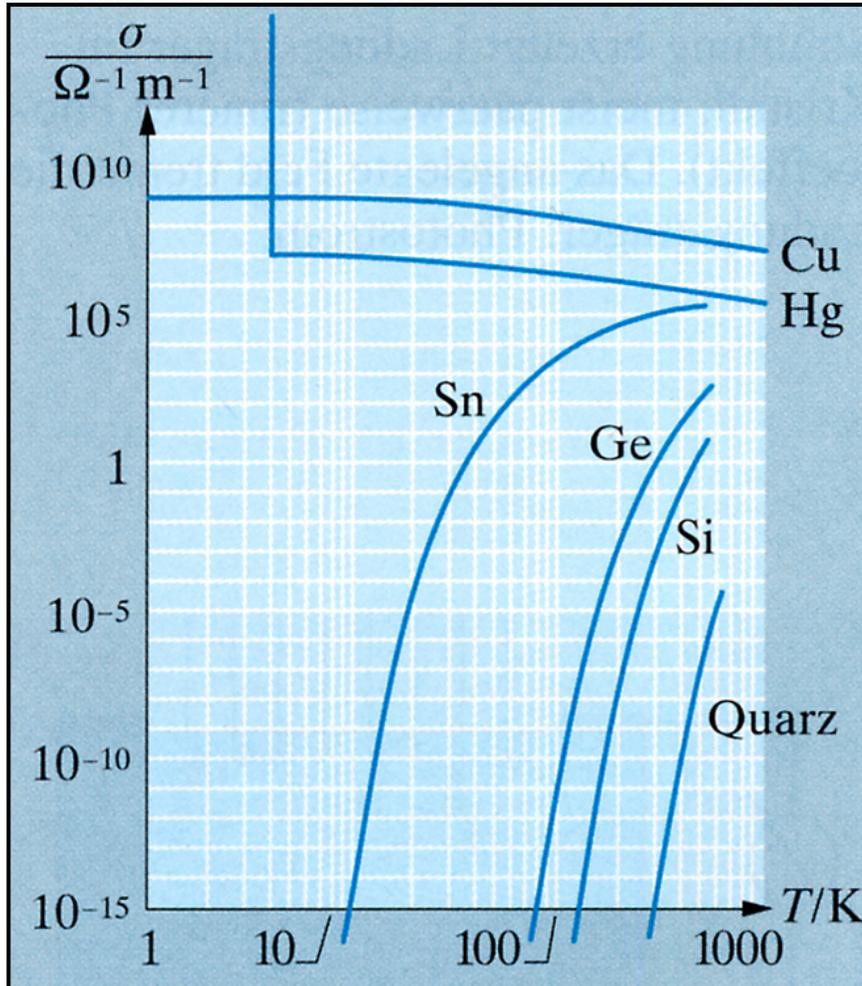
$$\rho_T = \rho_0(1 + \alpha T)$$

Mit dem „Temperaturkoeffizienten“

$$\alpha = \frac{\rho_T - \rho_0}{T\rho_T}$$

Leitfähigkeit

Leitfähigkeit σ



- **Metalle:** σ nimmt mit steigendem T ab, da Beweglichkeit der Ladungsträger abnimmt. (PTC-Widerstände, **P**ositive **T**emperature **C**oefficient)
- **Halbleiter:** σ nimmt mit steigendem T zu, da Ladungsträgerdichte zunimmt. Die Änderung der Beweglichkeit spielt keine Rolle (NTC-Widerstände)

Beispiele für Ladungstransport

- ▶ In einem Stromkreis fließt 1 A. Wie viele Elektronen bewegen sich in 1 s durch den Querschnitt eines Leiters?

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{N \cdot e}{\Delta t} = N \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ A/s}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A} \Rightarrow N = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 6 \cdot 10^{18}$$

- ▶ Zusatzfrage: Wie schnell bewegen sich die Elektronen im Metall?
- ▶ Zunächst: Elektronendichte ?
 - ▶ im Metall ca. 1 freies Elektron pro Atom

$$n_{\text{Cu}} \approx \frac{\text{Anzahl der Cu-Atome}}{\text{Volumen}} = \frac{N}{V} = \frac{N}{M / \rho_M} = \frac{N_A}{M^*} \cdot \rho_M$$
$$= \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot \text{mol} \cdot 8.9 \text{ g}}{\text{mol} \cdot 63.6 \text{ g} \cdot \text{cm}^3} = 8.4 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$$

ρ_M : Massendichte

N_A : Avogadrozahl

M^* : molare Masse (Atomgewicht)

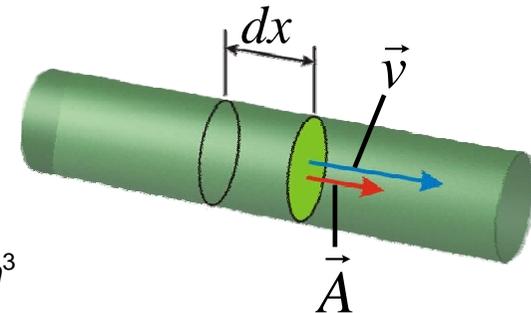
Beispiele für Ladungstransport

- ▶ Mit welcher mittleren Geschwindigkeit v_D („Driftgeschwindigkeit“) bewegen sich die Elektronen falls ein Strom $I=1\text{A}$ durch einen Leiter mit einem Querschnitt von 1mm^2 fließt?

- ▶ Ladung Q durch Fläche A in Zeit Δt : $Q = e \cdot n_e \cdot dx \cdot A = e \cdot n_e \cdot v_D \cdot \Delta t \cdot A$

- ▶ vorher: $n_e \approx 8 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ für Kupfer; bewegliche Ladungsdicht $\rho_e = e \cdot n_e$

$$\begin{aligned} v_D &= \frac{Q}{e \cdot n_e \cdot \Delta t \cdot A} = \frac{I \cdot \Delta t}{e \cdot n_e \cdot \Delta t \cdot A} = \frac{I}{e \cdot n_e \cdot A} \\ &= \frac{1\text{A}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3} \cdot 1\text{mm}^2} = \frac{1 \frac{\text{C}}{\text{s}} \cdot 1000\text{mm}^3}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8 \cdot 10^{22} \cdot 1\text{mm}^2} \\ &\approx 0.08 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \approx 0.3 \frac{\text{m}}{\text{h}} \end{aligned}$$



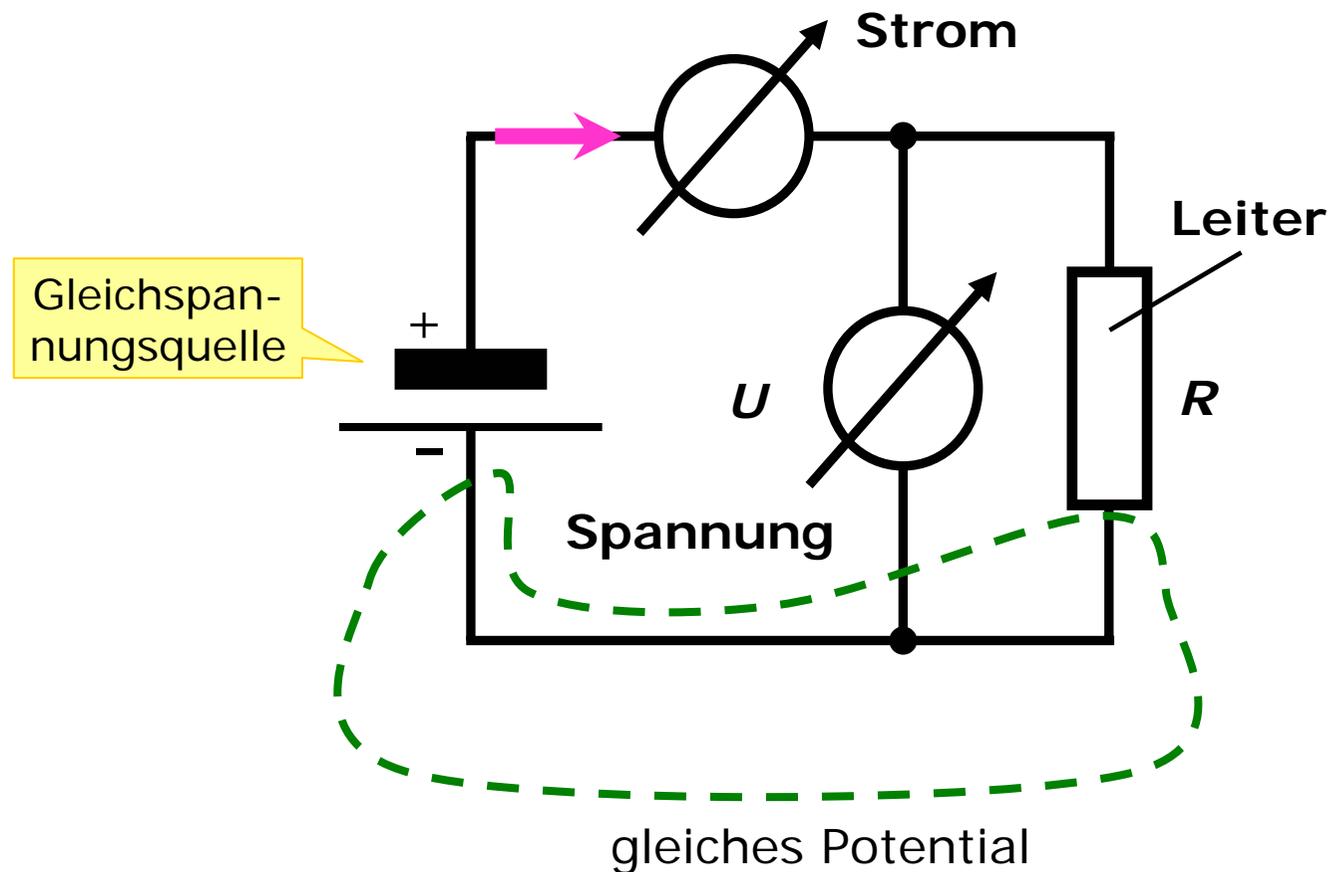
- ▶ Weinbergschnecke: maximal 4 m/h



Einfacher Stromkreis

► Schaltbild für einfachen Stromkreis

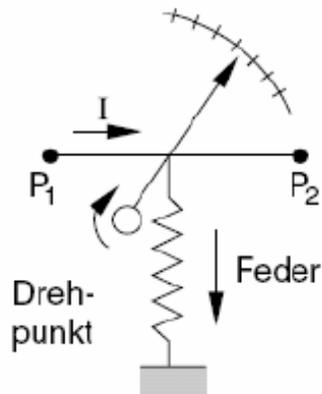
- ▶ — = verlustfrei Leiter (keine Potentialveränderung)
- ▶ Gleichspannungsquelle: zeitlich konstante Spannung
- ▶ Ideale Messgeräte für Strom bzw. Spannung: kein Einfluss auf Ströme und Spannungen im Stromkreis.



Messgeräte

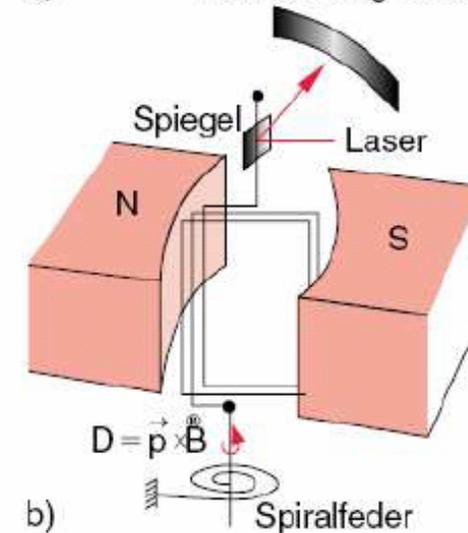
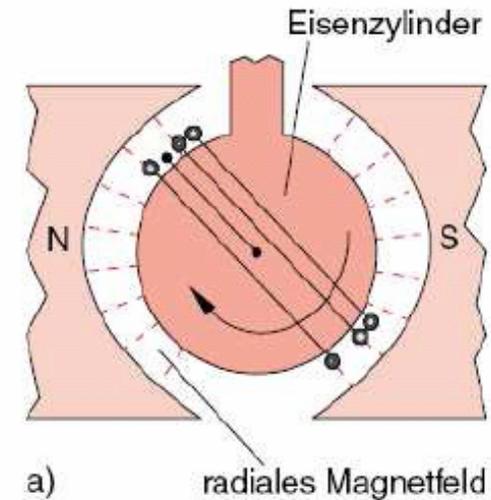
Hitzedraht-Amperemeter:

- Widerstand erzeugt Joulesche Wärme
→ Erhitzen und Wärmeausdehnung eines Metalldrahts



Strommessung durch Ausnutzung magnetischer Wirkungen:

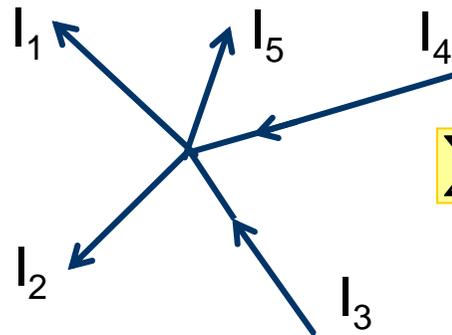
- Ströme erzeugen Magnetfelder
→ Kraft auf Leiter in einem externen Magnetfeld
- Bsp: Drehspul-Amperemeter,



[Bilder: Demtröder]

Kirchhoff'sche Regeln: Knotenregel

- ▶ **Knotenregel:** „Die vorzeichenrichtige Summe aller Ströme, die in einen Netzwerkknoten herein- oder herausfließen, ist immer 0A.“

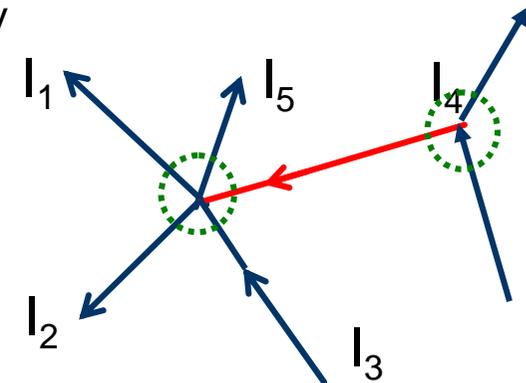


$$\sum I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots = 0$$



Gustav Robert
Kirchhoff
(1824 –1887)

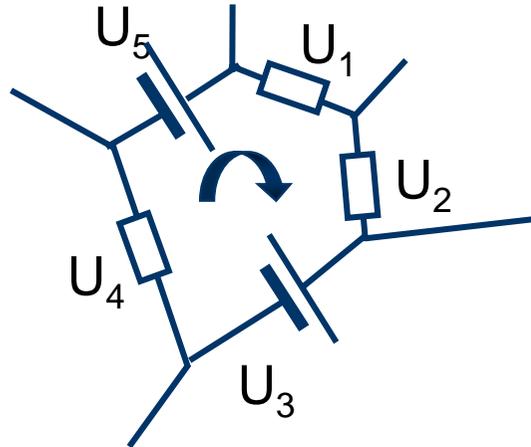
- ▶ Die Richtung der Zählpfeile kann beliebig angenommen werden. Hereinfließend wird dann positiv gezählt, herausfließend negativ.
- ▶ Richtung des Stroms zwischen zwei Knoten muss konsistent sein.



- ▶ Physikalisches Prinzip: Ladungserhaltung

Maschenregel

- ▶ Maschenregel: „Die vorzeichenrichtige Summe aller Spannungen entlang einer Masche (Schleife) in einem Netzwerk ist immer 0V.“



$$\sum U_i = U_1 + U_2 + U_3 + \dots = 0$$

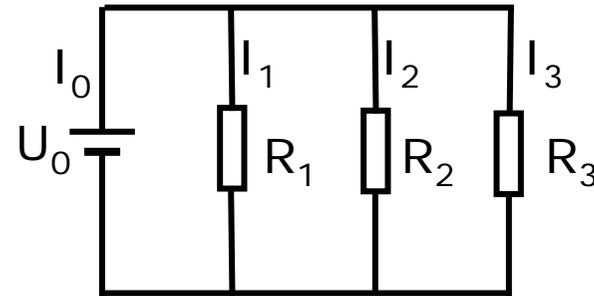
- ▶ Die Richtung der Zählpfeile kann beliebig angenommen werden. In Laufrichtung wird dann positiv gezählt, gegen die Laufrichtung negativ.
- ▶ Physikalisches Prinzip: Energieerhaltung; bei konservativem Feld verschwindet Potentialdifferenz entlang geschlossener Kurve
 - „Potentialdifferenz ist unabhängig vom Weg“
 - ▶ *Elektrisches Feld und Gravitationsfeld sind konservative Felder*

Beispiel: Parallelschaltung von R

▶ Parallelschaltung von Ohm'schen Widerständen

- ▶ Batteriestrom I_0 teilt sich auf Widerstände auf (Knotenregel)

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3$$



- ▶ An Widerständen liegt gleiche Spannung an $U_1 = U_2 = U_3 = U_0$
- ▶ Anwendung des Ohm'sches Gesetz $U_i = R_i \cdot I_i$

$$I_0 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} + \frac{U_0}{R_3} = U_0 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)}_{= \frac{1}{R_{ges}}}$$

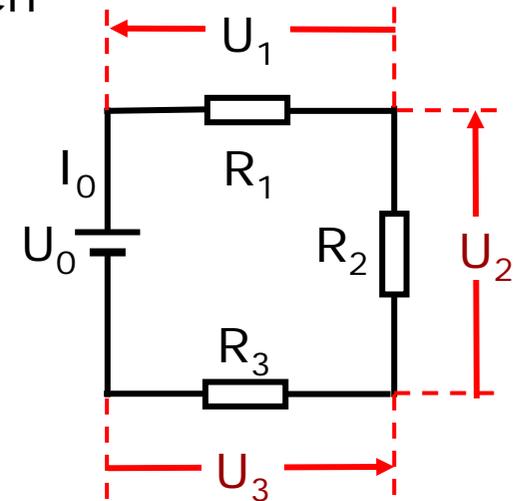
- ▶ Bei Parallelschaltung addieren sich Widerstände reziprok

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum \frac{1}{R_i}$$

Beispiel: Serienschaltung von R

- ▶ Serienschaltung von Ohm'schen Widerständen

$$-U_0 = U_1 + U_2 + U_3$$



- ▶ Gleicher Strom fließt durch alle Widerstände $I_1 = I_2 = I_3 = I_0$
- ▶ Anwendung des Ohm'sches Gesetz $U_i = R_i \cdot I_i$
- ▶ im folgenden nur Beträge

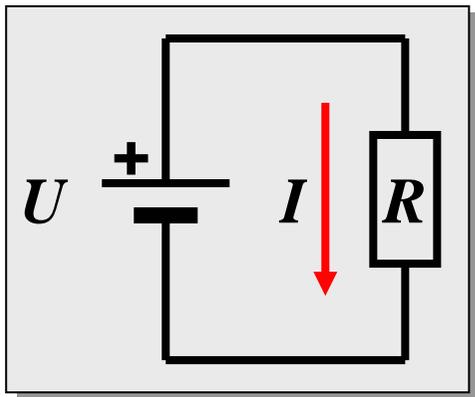
$$|-U_0| = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = I_0 \cdot \underbrace{(R_1 + R_2 + R_3)}_{R_{ges}} = I_0 \cdot R_{ges}$$

- ▶ Bei Serienschaltung addieren sich Widerstände

$$R_{ges} = \sum R_i$$

Leistung am Ohmschen Widerstand

- elektrischer Strom verrichtet Arbeit am Ohmschen Widerstand:



an jeder Ladung dq , die durch die Potentialdifferenz U über dem Widerstand R fließt, verrichtet das elektrische Feld die Arbeit:

$$dW = dq \cdot U$$

Es wird also die Leistung

$$P_R = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} U = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

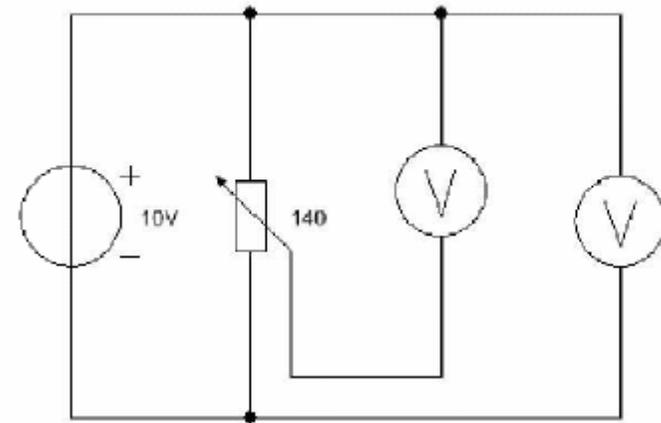
vom Feld und damit von Spannungsquelle erbracht.

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$$

Messverfahren

Versuch: Kontinuierlicher Spannungsteiler (Potentiometer)

Hier wird der gleichmäßige Spannungsabfall an einem stromdurchflossenen Leiter ausgenutzt, um bei einer festen Quellenspannung U_0 eine variable Spannung $U < U_0$ zu erzeugen:



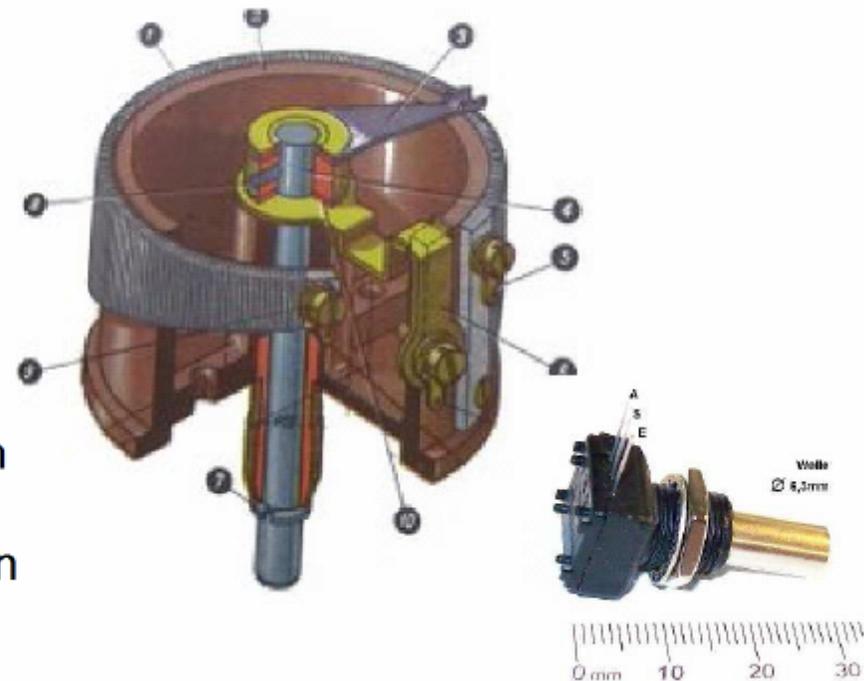
Auch hier ist wieder

$$U_1(x) = U_0 \frac{x}{L}$$

und

$$U_2(x) = U_0 \frac{x - L}{L}$$

in der Praxis: Widerstand aus einer dünnen leitenden Schicht auf einem Zylinder. Die variable Spannung wird an Schleifkontakten abgenommen



Messverfahren

a) Versuch: Wheatstonesche Messbrücke:

Diese wird zur genauen Messung eines unbekanntes Widerstands R_x benutzt.

Der Schiebewiderstand wird so eingestellt, dass der gemessene Strom I genullt wird.

Es gilt
$$U_{CB} = U_0 \frac{R_x}{R_1 + R_x}$$

und
$$U_{DB} = U_0 \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

diese Spannungen sind gleich (und $I = 0$), wenn

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_3}{R_2}$$

mit $R_2 \sim L - x$ und $R_3 \sim x$ folgt daraus

$$R_x = R_1 \frac{L - x}{x}$$

